МИНИСТЕРСТВО НАУКИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«**Вятский государственный университет**»

**(ФГБОУ ВО «ВятГУ»)**

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра ЭВМ

Исследование многослойного персептрона с обучением по методу с обратным распространением ошибки

Отчёт

### Лабораторная работа № 1-2 по дисциплине

«Системы обработки знаний»

Выполнил студент группы ИВТб-41\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Крючков И.С./

## Проверил доцент кафедры ЭВМ\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Ростовцев В.С./

Киров 2024

**Цель**

Изучить алгоритм обратного распространения ошибки (ОРО) в процессе обучения нейронной сети при вариативных параметрах обучения. Работа выполняется с помощью программы BackPropagate 3.0.0.exe.

**1 Задание**

Обучающая выборка представлена в приложении А. Используется выходная функция . Переменная x1 изменяются в промежутке [-5;4], переменная x2 изменяется в промежутке [-5;4], переменная x3 изменяется в промежутке [-6;4].

**2 Протокол выполнения**

Во всех таблицах ниже цветом выделен наилучший результат. Значение минимальной ошибки не учитывалось при выборе.

**2.1 Влияние нормализации на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 10000

В таблице 1 показаны результаты исследования.

Таблица 1 – Влияние нормализации на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Тип нормализации | Результат |
| Без нормализации | Максимальная ошибка: 62,00  Минимальная ошибка: 0,00  Средняя ошибка: 31,94  Среднеквадратичная ошибка: 629418 |
| [0;1] | Максимальная ошибка: 2,28  Минимальная ошибка: 0,000305  Средняя ошибка: 0,28  Среднеквадратичная ошибка: 85,01 |
| [-0.5;0.5] | Максимальная ошибка: 22,00  Минимальная ошибка: 9,30  Средняя ошибка: 8,31  Среднеквадратичная ошибка: 52270,43 |
| [-1;1] | Максимальная ошибка: 44,00  Минимальная ошибка: 0,00  Средняя ошибка: 18,01  Среднеквадратичная ошибка: 221427,99 |

Применение нормализации [0;1] значительно сокращает величину ошибок. Результат лучше примерно в 8 раз для средних и, приблизительно в 6 раз для среднеквадратичных ошибок при нормализации [-0,5;0,5] (наиболее близкой к лучшей).

**2.2 Влияние выбора примеров на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 10000.

Нормализация: [0;1].

В таблице 2 показаны результаты исследования.

Таблица 2 – Влияние выбора примеров на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Выбор примеров | Результат |
| Последовательный | Максимальная ошибка: 2,41  Минимальная ошибка: 0,00051  Средняя ошибка: 0,32  Среднеквадратичная ошибка: 109,12 |
| Случайный | Максимальная ошибка: 2,34  Минимальная ошибка: 0,0000037  Средняя ошибка: 0,25  Среднеквадратичная ошибка: 74,88 |

Случайный выбор примеров показывает лучший результат по сравнению с последовательным выбором примеров обучения.

**2.3 Влияние крутизны функции на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 10000.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

В таблице 3 показаны результаты исследования.

Таблица 3 – Влияние крутизны функции на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Крутизна функции | Результат |
| 0,1 | Максимальная ошибка: 4,68  Минимальная ошибка: 0,00016  Средняя ошибка: 0,76  Среднеквадратичная ошибка: 603,19 |
| 0,5 | Максимальная ошибка: 2,57  Минимальная ошибка: 0,00029  Средняя ошибка: 0,32  Среднеквадратичная ошибка: 104,45 |
| 1,0 | Максимальная ошибка: 1,86  Минимальная ошибка: 0,00011  Средняя ошибка: 0,26  Среднеквадратичная ошибка: 68,89 |
| 3,0 | Максимальная ошибка: 1,4  Минимальная ошибка: 0,0032  Средняя ошибка: 0,25  Среднеквадратичная ошибка: 41,13 |

Наилучшие результаты – при крутизне функции 3,0. Остальные параметры также лучше при [3;0].

**2.4 Влияние смещения на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 10000.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

Крутизна функции: 1,0.

В таблице 4 показаны результаты исследования.

Таблица 4 – Влияние смещения на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Смещение | Результат |
| 0,1 | Максимальная ошибка: 2,37  Минимальная ошибка: 0,00016  Средняя ошибка: 0,26  Среднеквадратичная ошибка: 79,99 |
| 0,5 | Максимальная ошибка: 2,33  Минимальная ошибка: 0,00092  Средняя ошибка: 0,32  Среднеквадратичная ошибка: 102,02 |
| 1,0 | Максимальная ошибка: 2,30  Минимальная ошибка: 0,00019  Средняя ошибка: 0,21  Среднеквадратичная ошибка: 62,01 |
| 2,0 | Максимальная ошибка: 1,57  Минимальная ошибка: 0,00046  Средняя ошибка: 0,26  Среднеквадратичная ошибка: 61,41 |

Наилучшие результаты наблюдаются при смещениях 1,0 и 2,0. Наименьшие минимальная ошибка наблюдается при смещении 1,0, а наименьшие максимальная, среднеквадратическая и средняя ошибки – при смещении 2,0.

**2.5 Влияние скорости обучения на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 10000.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

Крутизна функции: 1,0.

Смещение: 1,0.

В таблице 5 показаны результаты исследования.

Таблица 5 – Влияние скорости обучения на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Скорость обучения | Результат |
| 0,01 | Максимальная ошибка: 4,27  Минимальная ошибка: 0,0000095  Средняя ошибка: 0,68  Среднеквадратичная ошибка: 480,39 |
| 0,1 | Максимальная ошибка: 4,48  Минимальная ошибка: 0,00031  Средняя ошибка: 0,047  Среднеквадратичная ошибка: 283,80 |
| 0,5 | Максимальная ошибка: 1,76  Минимальная ошибка: 1,09  Средняя ошибка: 0,13  Среднеквадратичная ошибка: 27,47 |
| 1,0 | Максимальная ошибка: 1,60  Минимальная ошибка: 0,00057  Средняя ошибка: 0,19  Среднеквадратичная ошибка: 37,51 |

Увеличение скорости обучения с 0,01 до 0,5 ведет к снижению средней и среднеквадратичной ошибки. При увеличении с 0,5 до 1,0 – средняя и среднеквадратичная ошибка возрастает. Наилучшие результаты наблюдаются при скорости 0,5.

**2.6 Влияние количества нейронов в скрытом слое на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 10000.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

Крутизна функции: 1,0.

Смещение: 1,0.

Скорость обучения: 0.5.

В таблице 6 показаны результаты исследования.

Таблица 6 – Влияние количества нейронов в скрытом слое на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Количество нейронов в скрытом слое | Результат |
| 1 | Максимальная ошибка: 19,08  Минимальная ошибка: 0,04  Средняя ошибка: 4,40  Среднеквадратичная ошибка: 18978,54 |
| 5 | Максимальная ошибка: 1,74  Минимальная ошибка: 0,00021  Средняя ошибка: 0,15  Среднеквадратичная ошибка: 29,36 |
| 10 | Максимальная ошибка: 1,47  Минимальная ошибка: 0,00028  Средняя ошибка: 0,085  Среднеквадратичная ошибка: 10,94 |

Приоритет был отдан количеству нейронов в скрытом слое, равному 10.

**2.7 Влияние момента на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 10000.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

Крутизна функции: 1,0.

Смещение: 1,0.

Скорость обучения: 0,5.

Количество нейронов в скрытом слое: 10.

В таблице 7 показаны результаты исследования.

Таблица 7 – Влияние момента на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Момент | Результат |
| Без момента | Максимальная ошибка: 1,57  Минимальная ошибка: 0,00042  Средняя ошибка: 0,15  Среднеквадратичная ошибка: 25,63 |
| 0,1 | Максимальная ошибка: 1,60  Минимальная ошибка: 0,00023  Средняя ошибка: 0,095  Среднеквадратичная ошибка: 14,82 |
| 0,5 | Максимальная ошибка: 43,9  Минимальная ошибка: 0,00022  Средняя ошибка: 25,99  Среднеквадратичная ошибка: 414053,47 |
| 1,0 | Максимальная ошибка: 43,99  Минимальная ошибка: 2,00  Средняя ошибка: 25,99  Среднеквадратичная ошибка: 414059,94 |

Наилучшие результаты наблюдаются при обучении без момента и обучении с моментом 0,1. Наименьшие максимальная, средняя и среднеквадратичная ошибки наблюдаются при обучении без момента, а наименьшая минимальная ошибка – при обучении с моментом 0,1.

**3 Ручной расчет**

Для более подробного изучения алгоритма ОРО в режиме трассировки был сделан один проход (включающий прямое и обратное распространение), а затем те же самые действия были произведены вручную.

На рисунке 1 показана трассировка первого прохода при обучении сети.

На рисунке 2 показана структура сети.

|  |  |
| --- | --- |
| Инициализация весов синапсов случайным образом...  Нейрон[1][1]  w[1, 1, 1] = -0,246  w[1, 1, 2] = 0,158  w[1, 1, 3] = -0,11  Вес смещения:  w[1, 1, 4] = 1  Нейрон[1][2]  w[1, 2, 1] = 0,942  w[1, 2, 2] = -0,676  w[1, 2, 3] = 0,246  Вес смещения:  w[1, 2, 4] = 1  Нейрон[1][3]  w[1, 3, 1] = -0,226  w[1, 3, 2] = -0,194  w[1, 3, 3] = -0,41  Вес смещения:  w[1, 3, 4] = 1  Нейрон[1][4]  w[1, 4, 1] = 0,814  w[1, 4, 2] = 0,968  w[1, 4, 3] = -0,202  Вес смещения:  w[1, 4, 4] = 1  Нейрон[1][5]  w[1, 5, 1] = 0,18  w[1, 5, 2] = 0,168  w[1, 5, 3] = -0,326  Вес смещения:  w[1, 5, 4] = 1  Нейрон[2][1]  w[2, 1, 1] = -0,144  w[2, 1, 2] = -0,104  w[2, 1, 3] = -0,574  w[2, 1, 4] = -0,266  w[2, 1, 5] = -0,412  Вес смещения:  w[2, 1, 6] = 1  Выбираем допустимый образ из обучающего множества...  0,318182  0,295455  0,181818  0,340909  Подаем сигнал на вход нейронной сети...  Нейрон[0][1]  Аксон = 0,318182  Нейрон[0][2]  Аксон = 0,295455  Нейрон[0][3]  Аксон = 0,181818  Прямая волна...  Нейрон[1][1]  Взвешенная сумма = 0,948409138  Аксон = 0,7207951303  Нейрон[1][2]  Взвешенная сумма = 1,144727092  Аксон = 0,7585464813  Нейрон[1][3]  Взвешенная сумма = 0,796227218  Аксон = 0,6891668686  Нейрон[1][4]  Взвешенная сумма = 1,508273352  Аксон = 0,8188051767  Нейрон[1][5]  Взвешенная сумма = 1,047636532  Аксон = 0,7403207902  Нейрон[2][1]  Взвешенная сумма = -0,101079458  Аксон = 0,4747516288 | Обратная волна - подсчет локальной ошибки нейронов...  Подсчет локальной ошибки нейронов на выходе нейронной сети...  Желаемый сигнал на выходе:  0,340909  Прогнозируемый сигнал на выходе нейронной сети:  0,4747516288  Нейрон[2][1]  Локальная ошибка = 0,03337533518  Подсчет локальной ошибки нейронов в скрытых слоях нейронной сети...  Нейрон[1][1]  Локальная ошибка = -0,0009672148606  Нейрон[1][2]  Локальная ошибка = -0,0006357329363  Нейрон[1][3]  Локальная ошибка = -0,004103828684  Нейрон[1][4]  Локальная ошибка = -0,001317145153  Нейрон[1][5]  Локальная ошибка = -0,00264350404  Коррекция весов синапсов...  w[1, 1, 1] = -0,2456922496  w[1, 1, 2] = 0,1582857685  w[1, 1, 3] = -0,1098241429  Вес смещения:  w[1, 1, 4] = 1,000967215  w[1, 2, 1] = 0,9422022788  w[1, 2, 2] = -0,6758121695  w[1, 2, 3] = 0,2461155877  Вес смещения:  w[1, 2, 4] = 1,000635733  w[1, 3, 1] = -0,2246942356  w[1, 3, 2] = -0,1927875033  w[1, 3, 3] = -0,4092538501  Вес смещения:  w[1, 3, 4] = 1,004103829  w[1, 4, 1] = 0,8144190919  w[1, 4, 2] = 0,9683891571  w[1, 4, 3] = -0,2017605193  Вес смещения:  w[1, 4, 4] = 1,001317145  w[1, 5, 1] = 0,1808411154  w[1, 5, 2] = 0,1687810365  w[1, 5, 3] = -0,3255193634  Вес смещения:  w[1, 5, 4] = 1,002643504  w[2, 1, 1] = -0,1680567791  w[2, 1, 2] = -0,1293167431  w[2, 1, 3] = -0,5970011752  w[2, 1, 4] = -0,2933278972  w[2, 1, 5] = -0,4367084545  Вес смещения:  w[2, 1, 6] = 0,9666246648 |

Рисунок 1 – Трассировка первого прохода

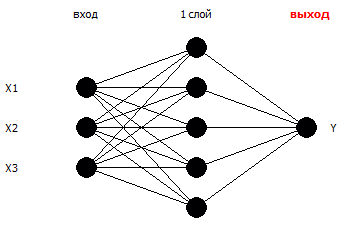


Рисунок 2 – Структура сети

В качестве активационной функции взята

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

где – взвешенная сумма входов i-го нейрона (с учетом смещения);

В таблице показан расчет прямой волны.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № слоя | № нейрона | № выхода | Входной сигнал xj | Весовой коэффициент wij | Смещение wi0 | Вес смещения | wij\*xj | Взвешенная сумма Si | Выход нейрона yi = F(Si) |
| Вход | 1 | 1 | 0,318182 | - | - | - | - | - | 0,318182 |
| 2 | 1 | 0,295455 | - | - | - | - | - | 0,340909 |
| 3 | 1 | 0,181818 | - | - | - | - | - | 0,340909 |
| 1 | 1 | 1 | 0,318182 | -0,246 | 1 | 1 | -0,078272772 | 0,948409138 | 0,72079513 |
| 2 | 0,295455 | 0,158 | 0,04668189 |
| 3 | 0,181818 | -0,11 | -0,01999998 |
| 2 | 1 | 0,318182 | 0,942 | 1 | 1 | 0,299727444 | 1,144727092 | 0.758546481 |
| 2 | 0,295455 | -0,676 | -0,19972758 |
| 3 | 0,181818 | 0,246 | 0,044727228 |
| 3 | 1 | 0,318182 | -0,226 | 1 | 1 | -0,071909132 | 0,796227218 | 0.689166869 |
| 2 | 0,295455 | -0,194 | -0,05731827 |
| 3 | 0,181818 | -0,41 | -0,07454538 |
| 4 | 1 | 0,318182 | 0,814 | 1 | 1 | 0,259000148 | 1,508273352 | 0,818805177 |
| 2 | 0,295455 | 0,968 | 0,28600044 |
| 3 | 0,181818 | -0,202 | -0,036727236 |
| 5 | 1 | 0,318182 | 0,18 | 1 | 1 | 0,05727276 | 1,047636532 | 0,74032079 |
| 2 | 0,295455 | 0,168 | 0,04963644 |
| 3 | 0,181818 | -0,326 | -0,059272668 |
| Выход | 1 | 1 | 0,72079513 | -0,144 | 1 | 1 | -0,103794499 | -0,101079458 | 0,474751629 |
| 2 | 0,75854648 | -0,104 | -0,078888834 |
| 3 | 0,68916687 | -0,574 | -0,395581783 |
| 4 | 0,81880518 | -0,266 | -0,217802177 |
| 5 | 0,74032079 | -0,412 | -0,305012166 |

Для расчета ошибок необходимо найти производную функции (1) по :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Тогда ошибка единственного нейрона выходного слоя буден найдена как

где – фактическое значение его выхода;

– желаемый сигнал на выходе.

Ошибка i-го нейрона скрытого слоя будет найдена как

где – ошибка выходного слоя;

– синаптическая связь между i-м нейроном скрытого слоя и j-м нейроном выходного слоя.

В таблице 9 показан расчет ошибок.

Таблица 9 – Расчет ошибок

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № слоя | № нейрона | Si | F'(Si) | Ошибка |
| Выход | 1 | -0,10107946 | 0,24936252 | 0,033375335 |
| 1 | 1 | 0,94840914 | 0,20124951 | -0,000967215 |
| 2 | 1,14472709 | 0,18315372 | -0,000635733 |
| 3 | 0,79622722 | 0,2142159 | -0,004103829 |
| 4 | 1,50827335 | 0,14836326 | -0,001317145 |
| 5 | 1,04763653 | 0,19224592 | -0,002643504 |

Коррекция веса синапса производится по следующей формуле:

Коррекция веса смещения производится по следующей формуле:

В таблице 10 показан расчет новых весов.

Значения в таблицах 8,9 полностью совпадают со значениями на рис. 1.

Скорректированные веса в таблице 10 совпадают с искомыми с точностью не менее трех знаков после запятой; погрешность можно объяснить ошибками округления и расчетов с плавающей запятой в разных средах.

Таким образом, ручной расчет выполнен верно.

Таблица 10 – Расчет новых весов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № слоя | № нейрона | № выхода | Предыдущий весовой коэффициент wij(t) | Предыдущий вес смещения Tj(t) | Новый весовой коэффициент wij(t+1) | Новый вес смещения Tj(t+1) |
| 1 | 1 | 1 | -0,246 | 1 | -0,245805348 | 1,000194652 |
| 2 | 0,158 | 0,158194652 |
| 3 | -0,11 | -0,109805348 |
| 2 | 1 | 0,942 | 1 | 0,942116437 | 1,000116437 |
| 2 | -0,676 | -0,675883563 |
| 3 | 0,246 | 0,246116437 |
| 3 | 1 | -0,226 | 1 | -0,225120895 | 1,000879105 |
| 2 | -0,194 | -0,193120895 |
| 3 | -0,41 | -0,409120895 |
| 4 | 1 | 0,814 | 1 | 0,814195416 | 1,000195416 |
| 2 | 0,968 | 0,968195416 |
| 3 | -0,202 | -0,201804584 |
| 5 | 1 | 0,18 | 1 | 0,180508203 | 1,000508203 |
| 2 | 0,168 | 0,168508203 |
| 3 | -0,326 | -0,325491797 |
| Выход | 1 | 1 | -0,144 | 1 | -0,152322558 | 0,991677442 |
| 2 | -0,104 | -0,112322558 |
| 3 | -0,574 | -0,582322558 |
| 4 | -0,266 | -0,274322558 |
| 5 | -0,412 | -0,420322558 |

**4 Выводы**

В ходе выполнения лабораторной работы был исследован алгоритм ОРО при обучении многослойной НС, а также влияние различных параметров на качество обучения.

Наибольшее влияние на качество обучения показали нормализация, крутизна функции и величина момента. Влияние других параметров, таких как смещение, скорость обучения и количество нейронов в скрытом слое были значительно меньше. При этом, случайный выбор примеров улучшил результаты работы, его использование предпочтительно для избегания привыкания сети.

Оптимальные параметры, выбранные для решения данной задачи:

Число входов: 3; Число выходов: 1; Циклов обучения: 10000; Нормализация: [0;1]; Выбор примеров: случайный; Крутизна функции: 3,0; Смещение: 0,5; Скорость обучения: 1; Количество нейронов в скрытом слое: 5.

Работе алгоритма ОРО была проверена ручным расчетом одного прохода. Вычисленные вручную значения совпали практически точно, разница с рассчитанными автоматически возникла из-за округлений и погрешностей в вычислениях.

Приложение А

(обязательное)

Обучающая выборка

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | OUT |
| 2.00000 | -1.00000 | -6.00000 | -3.00000 |
| 2.00000 | 4.00000 | 2.00000 | 20.00000 |
| -4.00000 | -1.00000 | -6.00000 | -9.00000 |
| -4.00000 | -4.00000 | 0.00000 | 12.00000 |
| -2.00000 | 3.00000 | 4.00000 | 11.00000 |
| 4.00000 | -1.00000 | 4.00000 | 9.00000 |
| -1.00000 | -3.00000 | -2.00000 | 6.00000 |
| -4.00000 | -4.00000 | -6.00000 | 6.00000 |
| -3.00000 | -4.00000 | 0.00000 | 13.00000 |
| -4.00000 | 2.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 3.00000 | 3.00000 | -1.00000 | 11.00000 |
| -3.00000 | 0.00000 | 1.00000 | -2.00000 |
| 4.00000 | -2.00000 | 0.00000 | 8.00000 |
| 2.00000 | -1.00000 | -3.00000 | 0.00000 |
| 3.00000 | -5.00000 | -5.00000 | 23.00000 |
| -3.00000 | -1.00000 | 2.00000 | 0.00000 |
| -1.00000 | -2.00000 | 2.00000 | 5.00000 |
| 2.00000 | 4.00000 | 1.00000 | 19.00000 |
| 1.00000 | 4.00000 | -2.00000 | 15.00000 |
| 2.00000 | -4.00000 | -2.00000 | 16.00000 |
| 3.00000 | -4.00000 | 0.00000 | 19.00000 |
| -3.00000 | 1.00000 | 3.00000 | 1.00000 |
| -1.00000 | 2.00000 | -4.00000 | -1.00000 |
| -4.00000 | 0.00000 | 4.00000 | 0.00000 |
| 4.00000 | 3.00000 | -4.00000 | 9.00000 |
| 2.00000 | 4.00000 | 3.00000 | 21.00000 |
| 2.00000 | 0.00000 | 1.00000 | 3.00000 |
| 3.00000 | 4.00000 | 4.00000 | 23.00000 |
| 2.00000 | -2.00000 | -3.00000 | 3.00000 |
| 0.00000 | 2.00000 | 4.00000 | 8.00000 |
| 4.00000 | -1.00000 | -1.00000 | 4.00000 |
| -5.00000 | -4.00000 | 4.00000 | 15.00000 |
| -5.00000 | -3.00000 | -6.00000 | -2.00000 |
| 2.00000 | -1.00000 | -6.00000 | -3.00000 |
| 2.00000 | 4.00000 | 2.00000 | 20.00000 |
| -4.00000 | -1.00000 | -6.00000 | -9.00000 |
| -4.00000 | -4.00000 | 0.00000 | 12.00000 |
| -2.00000 | 3.00000 | 4.00000 | 11.00000 |
| 4.00000 | -1.00000 | 4.00000 | 9.00000 |
| -1.00000 | -3.00000 | -2.00000 | 6.00000 |
| -4.00000 | -4.00000 | -6.00000 | 6.00000 |
| -3.00000 | -4.00000 | 0.00000 | 13.00000 |
| -4.00000 | 2.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 3.00000 | 3.00000 | -1.00000 | 11.00000 |
| -3.00000 | 0.00000 | 1.00000 | -2.00000 |
| 4.00000 | -2.00000 | 0.00000 | 8.00000 |
| 2.00000 | -1.00000 | -3.00000 | 0.00000 |
| 3.00000 | -5.00000 | -5.00000 | 23.00000 |
| -3.00000 | -1.00000 | 2.00000 | 0.00000 |
| -1.00000 | -2.00000 | 2.00000 | 5.00000 |